تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

التمرين (1)

1) بين أن $(n^2-3n+6)\wedge(n-1)=(n-1)\wedge 4$

2) استنتج القيم الممكنة للعدد $d=(n-1)\wedge(n^2-3n+6)$

3) حدد قيم n والتي يكون من أجلها : $(n-1)\wedge(n^2-3n+6)=4$

التمرين (2)

ليكن x , y عددين من $\mathbb{N}^*$

ونضع $a=2x+3y$, $b=9x+5y$

1) أ- بين أن : $17/a \Leftrightarrow 17/b$

ب- بين أن : $(x\wedge y=1)\Rightarrow(a\wedge b/17)$

2) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ النظمة :

$$(S)\begin{cases}(2x+3y)(9x+5y)=1156\\ x\wedge y=2\end{cases}$$

نعتبر العددين x' ; y' بحيث $x=2x'$; $y=2y'$

أ- بين أن $(S)\Leftrightarrow\begin{cases}(2x'+3y')(9x'+5y')=296\\ x'\wedge y'=1\end{cases}$

ب- استنتج حلول النظمة (S)

التمرين (3)

1) تحقق أن $2^4\equiv 3\ [13]$ و $3^3\equiv 1\ [13]$

2) حدد باقي قسمة العدد 1428^{2007} على 13

التمرين (4)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E)\ 13x-24y=17$

1) ليكن (α,β) حلا للمعادلة (E)

ونضع $d=\alpha\wedge\beta$

أ- بين أن $17|2\alpha-5\beta$

ب- بين أن $d=1$ أو $d=17$

2) أ- تحقق أن $(5,2)$ حل للمعادلة (E)

ب- حدد مجموعة حلول ا لمعادلة (E)

3) حدد الأزواج (x,y) حل للمعادلة (E) و التي تحقق $x\wedge y=17$

التمرين (5)

1) ليكن n عدد نسبي.

بين أن العدد n^4-20n^2+4 غير أولي

2) a ; b عددان من $\mathbb{N}$ مع $a\geq 2$ و $b\geq 2$

بين أن العدد a^4+4b^4 غير أولي

التمرين (6)

حل المعادلات التالية :

1) $\overline{6}\overline{x}^2+\overline{4}=\overline{0}$ في $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$

2) $\overline{5}\overline{x}^2+\overline{x}-\overline{4}=0$ في $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$

3) $\overline{x}^2-\overline{2}\overline{x}-\overline{3}=\overline{0}$ في $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

التمرين (7)

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $5x-7y=5$

2) حدد حلول النظمة $\begin{cases}x\equiv 0\ [5]\\ x\equiv 5\ [7]\end{cases}$

التمرين (8)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E):11x-16y=9$

1) ليكن الزوج (α,β) حلا للمعادلة (E)

ونضع $d=\alpha\wedge\beta$

أ- بين أن $d=1$ أو $d=3$ أو $d=9$

ب- i) حل في $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ المعادلة $\overline{2}\overline{x}=\overline{0}$

ii) استنتج أن $9/\alpha+\beta$

2) تحقق أن $(11,7)$ حلا للمعادلة (E) ثم حل (E)

3) نعتبر العددين $a=11k+7$ و $b=16k+11$

حيث k عدد صحيح نسبي

أ- بين أن $a\wedge b=(k-1)\wedge 9$

ب- حدد الأزواج (x,y) حلول المعادلة (E) و التي يكون من أجلها $x\wedge y=9$

التمرين (9)

1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا .

أ- بين أنه إذا كان n فرديا فإن : $n^2\equiv 1\ [8]$

ب- بين أن إذا كان n زوجيا فإن :

$n^2\equiv 0\ [8]$ أو $n^2\equiv 4\ [8]$

2) ليكن a ; b ; c أعداد صحيحة طبيعية فردية .

أ- بين أن: $a^2+b^2+c^2$ ليس مربعا كاملا

ب- بين أن $2(ab+bc+ca)\equiv 6\ [8]$

ج- استنتج أن $2(ab+bc+ca)$ ليس مربعا كاملا

د- بين أن $ab+bc+ca$ ليس مربعا كاملا

التمرين (10)

1) نضع $a=pn$ و $b=(p-1)n$ حيث $p\in\mathbb{N}^*$

و $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$. بين أن $a\wedge b=a-b$

2) بين أنه إذا كان $a\wedge b=a-b$ فإنه يوجد زوج (p,n) في $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ بحيث : $a=pn$ و $b=(p-1)n$

3) ليكن x ; y عددين من $\mathbb{N}^*$ و نعتبر الأعداد

$a=40x(3y+2)$ ، $b=15x(8y+5)$ و $c=24x(5y+3)$

أ- حدد $a\wedge b$ و $b\wedge c$

ب- بين أن $a\wedge b\wedge c=x$